УДК 539.4:538.3

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ОТКЛИКА НА АКУСТИЧЕСКОЕ ВОЗБУЖДЕНИЕ КОМПОЗИЦИОННЫХ МАТЕРИАЛОВ

А.П. Суржиков, Т.В. Фурса, Н.Н. Хорсов

Томский политехнический университет
E-mail: edip@tpu.ru

Рассмотрена математическая модель электрического отклика, возникающего в образце с включением, представляющим двойной электрический слой, расположенный на заданном расстоянии от поверхности емкостного приемника сигнала, при его механическом возбуждении плоской акустической волной заданной формы. Установлено, что электромагнитный отклик является результатом совокупного изменения напряженности электрического поля, связанного со смещением зарядов двойного электрического слоя, вызванного деформацией самого слоя и образца в целом при его акустическом возбуждении. Установлено соответствие расчетов с экспериментальными результатами.

Ранее [1] была предложена модель механоэлектрических преобразований в диэлектрических образцах на границах раздела разнородных материалов при ударе по образцу за счет изменения дипольного момента двойных электрических слоев, формирующихся на этих границах. Вместе с тем, результаты экспериментальных наблюдений показали, что форма отклика и его спектр зависят от глубины залегания включения и длительности удара [2, 3]. Кроме того, в ряде случаев момент возникновения сигнала не совпадал со временем достижения волной зоны двойного электрического слоя, а регистрировался, когда волна доходила до противоположной от удара стороны образца, где располагался приемник сигнала.

Эти факты привели к необходимости более детально рассмотреть, как влияет продвижение акустической волны возбуждения образца (прямой и отраженной) на параметры электрического отклика.

Задачей настоящей работы является разработка математической модели электрического отклика в материалах, содержащих источник акустоэлектрических преобразований в виде двойного электрического слоя, и ее сравнение с экспериментальными данными.

В качестве физических моделей для проведения исследований были использованы образцы гипсового камня размером 5×5×10 см, внутри которых находились металлические включения размером 0,1×1×1 см, расположенные параллельно малой плоскости образца. Ниже приведены результаты исследования на образце, включение в котором расположено на глубине 5 см.

В основу модели положены следующие допущения:

- волна предполагается плоской, хотя реально она сферическая, т.к. удар производился в точке;
- при расчете электрического сигнала не учитывалось влияние переходных процессов, обусловленных постоянной времени *RC*-цепочки за счет емкости двойного электрического слоя, емкости, образованной заряженной поверхностью этого слоя и металлической поверхностью приемника, и входным сопротивлением приемника сигнала;
- отсутствует внутреннее отражение волны на включении, а от границ образца волна отражается без потерь.

Указанные допущения качественно не изменят картины механоэлектрических преобразований в модели.

На рис. 1 показано расположение системы зарядов и входных элементов приемника относительно образца. При механическом возбуждении волна последовательно проходит двойной слой толщиной h и расстояние H между двойным слоем и поверхностью приемника сигнала в образце высотой L.

Под действием смещения зарядов двойного электрического слоя изменяется поток вектора индукции через поверхность пластины приемника, т.е. возникает ток смещения, который переходит в ток проводимости во входной цепи приемника, вызывает падение напряжения на сопротивлении, которое усиливается и регистрируется.

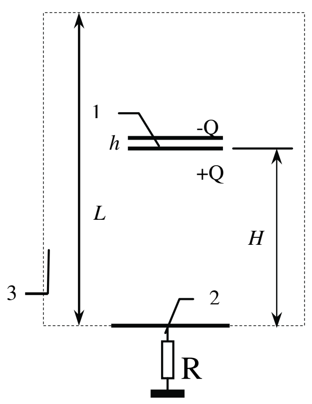


Рис. 1. *Геометрия модели: 1) двойной электрический слой; 2) пластина приемника сигнала; 3) образец*

Для расчета тока смещения необходимо определить поток вектора индукции Ψ.

На рис. 2 показаны напряженности $d\boldsymbol{E}_+$ и $d\boldsymbol{E}_-$ в точке приемной пластины с координатами $\{k, l\}$ от зарядов бесконечно малых площадей ds поверхностей двойного электрического слоя S с положительным $+Q$ и отрицательным $-Q$ зарядами соответственно. При равномерном распределении зарядов по поверхности суммарная напряженность в указанной точке определяется как:

$$d\vec{E}_s = \frac{Qds}{4\pi\varepsilon\vec{r}_+^2 S} - \frac{Qds}{4\pi\varepsilon\vec{r}_-^2 S}, \qquad (1)$$

где ε – абсолютная диэлектрическая проницаемость материала образца.

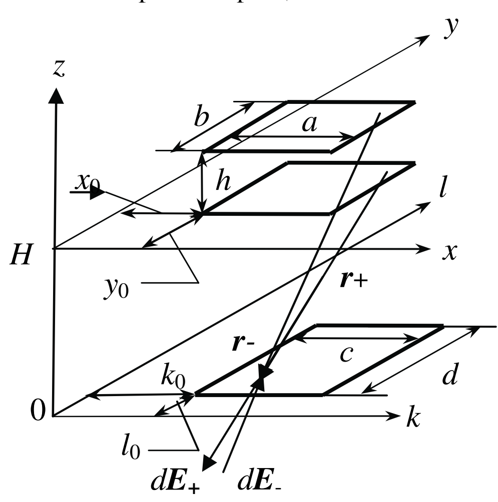


Рис. 2. *К расчету потока вектора индукции* Ψ

С учетом того, что $\boldsymbol{r}$ можно представить через проекции координат, изображенных на рис. 2, ур. (1) преобразуется к виду:

$$dE_s = \frac{Qds}{4\pi\varepsilon S}\left[\begin{array}{l}\dfrac{1}{(x-k)^2+(y-l)^2+H^2} - \\ -\dfrac{1}{(x-k)^2+(y-l)^2+(H+h)^2}\end{array}\right]. \qquad (2)$$

Для расчета тока смещения необходимо учитывать лишь вертикальную составляющую напряженности dE_{sz}, которая с учетом того, что $H{>>}h$, будет иметь вид:

$$dE_{sz} = dE_s\frac{H}{\sqrt{(x-k)^2+(y-l)^2+H^2}}. \qquad (3)$$

Подставляя (2) в (3), получаем:

$$dE_{sz} = \frac{Qds}{4\pi\varepsilon S}\left[\begin{array}{l}\dfrac{1}{[(x-k)^2+(y-l)^2+H^2]^{2,5}} - \\ -\dfrac{1}{(x-k)^2+(y-l)^2+(H+h)^2}\end{array}\right]. \qquad (4)$$

Полное значение вертикальной составляющей напряженности поля E_{sz} в точке $\{k,l\}$ можно получить, проинтегрировав выражение (4) по всей поверхности S двойного электрического слоя:

$$E_{sz} = \int_{x0}^{x0+a}\int_{y0}^{y0+b}\left[\frac{dE_{sz}dxdy}{[(x-k)^2+(y-l)^2+H^2]^{2,5}}\right]. \qquad (5)$$

Для расчета потока вектора индукции ψ необходимо проинтегрировать все значения вертикальной составляющей вектора индукции $D_{sz}=\varepsilon\cdot E_{sz}$ по приемной поверхности емкостного датчика:

$$\Psi = \frac{Q}{2\pi S}\int_{l_0}^{l_0+d}\int_{k_0}^{k_0+c} E_{sz}\,dk\,dl. \qquad (6)$$

Ток смещения через поверхность датчика $I_{см}$ равен производной потока вектора индукции по времени. В качестве переменных в правой части выражения (6) являются $h(t)$ и $H(t)$, изменяющиеся вследствие деформации материала образца при прохождении по нему акустической волны при ударе. Ток смещения, таким образом, можно выразить следующим образом:

$$I_{см} = \frac{d\Psi}{dt} = \frac{Q}{2\pi S}\frac{\partial}{\partial t}\left[\int_{l_0}^{l_0+d}\int_{k_0}^{k_0+c} E_{sz}\,dk\,dl\right]. \qquad (7)$$

Как упоминалось выше, удар выполняется так, чтобы возбудить в образце плоскую волну. Поэтому $h(t)$ и $H(t)$ являются функциями только вертикальной компоненты смещения.

В соответствии с формулой Лейбница выражение (7) может быть записано следующим образом:

$$I_{см} = \frac{d\Psi}{dt} = \int_{l_0}^{l_0+d}\int_{k_0}^{k_0+c}\frac{d}{dt}(E_{sz}\,dk\,dl).$$

Произведя дифференцирование подынтегрального выражения, подставляя выражение (5) и опуская аргумент t в функциях перемещений h и H во времени, получим:

$$I_{см} = \frac{3QH}{4\pi S}\int_{l_0}^{l_0+d}\int_{k_0}^{k_0+c}\int_{y_0}^{y_0+b}\int_{x_0}^{x_0+a}\left[\frac{h'H+hH'}{[A^2+H^2]^{2,5}}\right]dx\,dy\,dk\,dl, \qquad (8)$$

где $A^2=(x-k)^2+(y-l)^2$.

Для расчета необходимо определить закон изменения $h(t)$ и $H(t)$.

При небольшой силе удара механическое напряжение связано с деформацией законом Гука:

$$\sigma = E\frac{\delta}{l},$$

где $\sigma=f/s$; f – сила, воздействующая на площадку s; E – модуль упругости; δ – абсолютное перемещение на интервале длины l, на котором значение силы не меняется.

Если форма бегущей в образце волны в определенном направлении x в любой момент времени описывается функцией $f(x)$, то для определения абсолютного перемещения на каком-либо интервале l необходимо переходить к приращениям перемещений. На бесконечно малом интервале dx приращение абсолютного перемещения $d\delta$, будет описываться выражением:

$$d\delta = \frac{f(x)dx}{Es}. \qquad (9)$$

Полное приращение на интервале x можно получить, проинтегрировав выражение (9):

$$\delta(x) = \frac{1}{Es}\int^{x} f(x)dx.$$

Переходя к функции времени через скорость звука в материале v, получим:

$$\delta(t) = \frac{1}{Es}\int^{t\cdot v} f(x)dx.$$

Скорость изменения $\delta(t)$ имеет вид:

$$\delta'(t) = \frac{1}{Es}\frac{d}{dt}\left(\int^{t\cdot v} f(x)dx\right). \qquad (10)$$

Выражение (10) является основой для определения h' и H'.

Предположим, что акустическая волна описывается выражением:

$$f(t,x) = k(1-\cos(w\left(t-\frac{x}{v}\right)\phi(T-t)), \qquad (11)$$

где w – круговая частота; T – период; $\phi(T-t)$ – ступенчатая функция сдвига (при $T\geq t$ она принимает значение 1, при отрицательном значении аргумента – значение 0); k – постоянный множитель, v – скорость звука в материале.

Такая форма волны близка к реальной при ударе по образцу шариком в свободном падении.

Возникающая после удара по верхней части образца (рис. 1) через время t_0 волна достигает двойного электрического слоя. С этого момента времени начинается перемещение зарядов. При этом скорость изменения расстояния между зарядами h' описывается выражением (10) с нижним пределом интеграла, равным 0. При достижении волной второй границы двойного слоя h' описывается тем же уравнением, но в нем устанавливается новый нижний предел интегрирования – $tv-H$.

Подставляя (12) в (11) и учитывая смещение во времени составляющих h', получим в результате вычисления:

$$h' = \frac{vk}{Es}\left\{\begin{matrix}[(1-\cos(wt)\phi(T-t)]\phi\left(\frac{h}{v}-t\right)+ \\ +\left[[1-\cos(wt)\phi(T-t)]\phi\left(t-\frac{h}{v}\right)\right]\end{matrix}\right\}. \qquad (12)$$

Аналогичным образом записывается уравнение для H':

$$H' = \frac{vk}{Es}\left\{\begin{matrix}[(1-\cos(wt)\phi(T-t)]\phi\left(\frac{H}{v}-t\right)+ \\ +\left[[1-\cos(wt)\phi(T-t)]\phi\left(t-\frac{H}{v}\right)\right]\end{matrix}\right\}. \qquad (13)$$

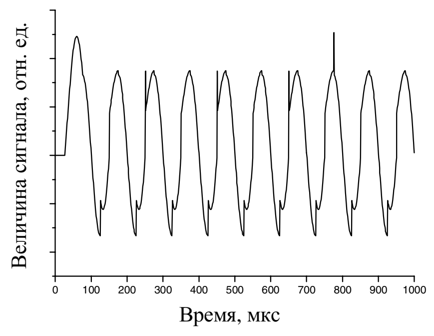
Подставляя выражения (12) и (13) в (8) и задавая значения Q, a, b, c, d, h, H, x_0, y_0, k_0, l_0, k, s, τ_1, τ_2 можно рассчитать ток смещения $I_{см}$.

Так как аналитически определить ток смещения не представляется возможным, расчеты были проведены численным методом с заменой интегралов суммами.

На рис. 3 приведены расчетные временные и амплитудно-частотные характеристики электрического сигнала.

Полученные расчетные зависимости сравнивались с экспериментальными данными, которые были получены следующим образом.

Для импульсного механического возбуждения использовался стальной шарик, падающий с фиксированной высоты в центральную область поверхности



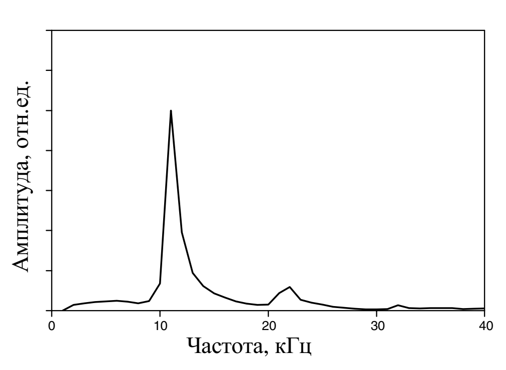
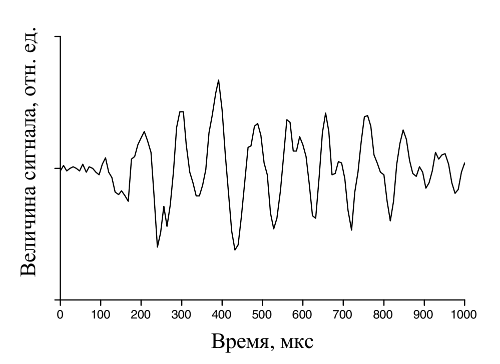


Рис. 3. *Расчетные электрический отклик (слева) и амплитудно-частотная характеристика сигнала (справа) на ударное возбуждение модели с металлическим включением, расположенным на расстоянии 50 мм от приемного датчика*



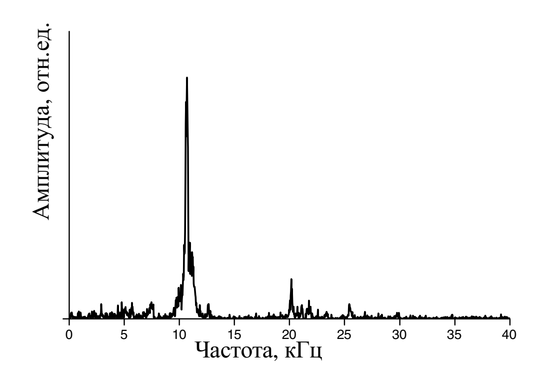


Рис. 4. *Электрический отклик (слева) и амплитудно-частотная характеристика сигнала (справа) на ударное возбуждение гипсового камня с металлическим включением, расположенным на расстоянии 50 мм от приемного датчика*

образца. Малой плоскостью образец был обращен к измерительному электроду, а ударное возбуждение производится вдоль большой плоскости. В качестве приемника электрической составляющей электромагнитного поля, возникающего при импульсном механическом возбуждении материалов, использовали дифференциальный емкостной датчик, одну из пластин которого располагали на расстоянии 2 мм от нижней поверхности образца. Другая пластина датчика для компенсации внешних помех располагалась аналогичным образом под образцом-свидетелем, по которому удар не производился. Электрический сигнал с емкостного датчика регистрировался с помощью осциллографа «PSC-500», совмещенного с ПЭВМ. В процессе измерения регистрировалась также длительность ударного возбуждения.

На рис. 4 приведены экспериментальные временные и амплитудно-частотные характеристики электрических откликов.

Сравнение расчетных и экспериментальных данных показывает на их удовлетворительное совпадение.

Выводы

1. Установлено, что параметры электрического отклика в материалах, содержащих двойные электрические слои, определяются смещением зарядов при прохождении через образец акустической волны и зависят от совокупного влияния скоростей деформации двойного электрического слоя и образца в целом, а также от его толщины и расстояния от приемного датчика.
2. Предложенная модель удовлетворительно отражает физические процессы явления механоэлектрических преобразований и может быть полезна для исследования сложных гетерогенных структур.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Фурса Т.В., Хорсов Н.Н., Батурин Е.А. Источники акустоэлектрических преобразований в бетонах // Журн. техн. физики. – 1999. – Т. 69. – Вып. 10. – С. 51–55.
2. Суржиков А.П., Фурса Т.В., Хорсов Н.Н. К вопросу о механизме механоэлектрических преобразований в бетонах // Журн. техн. физики. – 2001. – Т. 71. – Вып. 1. – С. 57–61.
3. Фурса Т.В., Савельев А.В., Осипов К.Ю. Исследование взаимосвязи параметров электромагнитного отклика из диэлектрических материалов с характеристиками ударного возбуждения // Журн. техн. физики. – 2003. – Т. 73. – Вып. 11. – С. 59–63.